SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	Ecuaţia ataşată: $x^2 - sx + p = 0$ Rezultă: $x^2 - 3x + 2 = 0$ cu soluţiile $x_1 = 1, x_2 = 2$ Soluţia sistemului este: $S = \{(1;2),(2;1)\}$	**1p** **2p** **2p**
2.	$f(x) = x^2 - 5x + 5 \geq -\frac{5}{4} \Rightarrow 4x^2 - 20x + 25 \geq 0 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow (2x-5)^2 \geq 0$ relaţie adevărată pentru orice $x \in \mathbb{R}$. Sau : $f(x) \geq y_V$ pentru orice $x \in \mathbb{R} \Rightarrow f(x) \geq -\frac{5}{4}$ pentru orice $x \in \mathbb{R}$	**2p** **3p**
3.	$5^{x+1} + 5^x = 150 \Leftrightarrow 5^x(5+1) = 150 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow 6 \cdot 5^x = 150 \Leftrightarrow 5^x = 25$ Finalizare $x = 2$	**2p** **2p** **1p**
4.	Se pot forma A_5^2 numere, adică : $\frac{5!}{3!} = 20$ numere	**3p** **2p**
5.	$d(A;d) = \frac{\lvert ax_0 + by_0 + c \rvert}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ Rezultă : $d(A;d) = \frac{\lvert 2 \cdot 2 - 3 \cdot (-1) - 3 \rvert}{\sqrt{2^2 + (-3)^2}} =$ $= \frac{4\sqrt{13}}{13}$	**1p** **2p** **2p**
6.	$\frac{\sin 135^\circ}{\cos 120^0} = \frac{\sin 45^\circ}{-\cos 60^\circ} =$ $= -\sqrt{2}$	**4 p** **1p**

SUBIECTUL II **(30 de puncte)**

1.a.	A este inversabilă dacă $\det A \neq 0$ $\det A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 2 \end{vmatrix} = 2 \neq 0 \Rightarrow$ A inversabilă	**2p** **3p**
b.	A^{-1} inversa lui $A \Leftrightarrow A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = I_3$ Verificare : $A \cdot A^{-1} = I_3$ şi $A^{-1} \cdot A = I_3$	**1p** **4p**
c.	$X \cdot A = B \Leftrightarrow X = B \cdot A^{-1}$	**3p**

	Rezultă: $X=\begin{pmatrix}1&0&2\\0&1&0\\2&0&1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-1&-2&2\\1&1&-1\\\frac{1}{2}&1&-\frac{1}{2}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0&1\\1&1&-1\\-1&-3&\frac{7}{2}\end{pmatrix}$	2p
2.a.	$\mathbb{Z}_5=\{\hat{0},\hat{1},\hat{2},\hat{3},\hat{4}\}$ Rezultă: $\hat{0}+\hat{1}+\hat{2}+\hat{3}+\hat{4}=\hat{0}$	2p 3p
b.	$(X-\hat{1})\mid f \Leftrightarrow f(\hat{1})=\hat{0}$ $f(\hat{1})=\hat{4}+m$ $m+\hat{4}=\hat{0}\Leftrightarrow m=\hat{1}$	2p 1p 2p
c.	Conform pct b), pentru $m=\hat{1}$, $(X-\hat{1})\mid f$ Aplicând Horner, rezultă: $f=(X-\hat{1})(\hat{2}X^2+\hat{3}X+\hat{4})=(X+\hat{4})(\hat{2}X^2+\hat{3}X+\hat{4})$ Polinomul $g=\hat{2}X^2+\hat{3}X+\hat{4}$ este ireductibil peste $\mathbb{Z}_5$ deoarece este de grad 2 şi nu are rădăcini în $\mathbb{Z}_5$.Rezultă: $f=(X+\hat{4})(\hat{2}X^2+\hat{3}X+\hat{4})$	1p 1p 2p 1p

SUBIECTUL III **(30 de puncte)**

1.a.	$f'(x)=\dfrac{x'(x^2-1)-x(x^2-1)'}{(x^2-1)^2}=$ $=\dfrac{-x^2-1}{(x^2-1)^2}$ pentru orice $x\in\mathbb{R}\setminus\{-1;1\}$	2p 3p
b.	$\lim\limits_{\substack{x\to-1\\x<-1}}f(x)=-\infty;\ \lim\limits_{\substack{x\to-1\\x>-1}}f(x)=\infty\Rightarrow x=-1$ asimptotă verticală $\lim\limits_{\substack{x\to1\\x<1}}f(x)=-\infty;\lim\limits_{\substack{x\to1\\x>1}}f(x)=\infty\Rightarrow x=1$ asimptotă verticală	3p 2p
c.	$f'(x)<0$ pentru orice $x\in\left[-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right]$, rezultă f strict descrescătoare pe acest interval $\Rightarrow$ $\Rightarrow f(x)\in\left[f\left(\frac{1}{2}\right);f\left(-\frac{1}{2}\right)\right]$, pentru orice $x\in\left[-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right]$ $\Rightarrow f(x)\in\left[-\frac{2}{3};\frac{2}{3}\right]$, pentru orice $x\in\left[-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right]$	2p 2p 1p
2.a.	f continuă pe $\mathbb{R}/\{0\}$ $\lim\limits_{\substack{x\to0\\x<0}}f(x)=\lim\limits_{\substack{x\to0\\x>0}}f(x)=0\Rightarrow f$ continuă în 0 Finalizare: f continuă pe $\mathbb{R}\Rightarrow f$ admite primitive pe $\mathbb{R}$	1p 2p 2p

b.	$\int_{-2}^{-1} f(x)dx = \int_{-2}^{-1}\left(x^2+x\right)dx = \left.\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}\right\|_{-2}^{-1} =$	**3p**
	$= \frac{5}{6}$	**2p**
c.	$A_f = \int_1^2 \frac{x}{x+1}dx =$	**2p**
	$= \left.\left(x - \ln(x+1)\right)\right\|_1^2 = 1 - \ln\frac{3}{2}$	**3p**